BAC 1994 SESSION DE CONTROLE

EXERCICE 1

HORS PROGRAMME

EXERCICE 2

1) Soit φ un réel de $[-\pi,\pi]$ et z le nombre complexe défini par :

$$z = \frac{1}{2}[\sin\varphi + i(1-\cos\varphi)]$$

Déterminer, en fonction de φ, le module et un argument de z.

2) Dans cette question, φ est un réel de l'intervalle $]0, \pi[$. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants : $z - i$ et $\frac{z}{z-i}$. (z étant le nombre complexe donné au **1)**).

3) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on considère les points M et N d'affixes respectives $z - i$ et $\frac{z}{z-i}$.

Déterminer les ensembles décrits respectivement par les points M et N lorsque φ varie dans l'intervalle $]0, \pi[$. Représenter ces ensembles.

PROBLEME

A- Soit f l'application définie sur IR par : $\begin{cases} f(x)=1 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x)=\dfrac{x+\text{Log}x}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1)a- Montrer que f est continue sur IR

b- Etudier la dérivabilité de f au point 1

2)a- Etudier les variations de l'application f et tracer sa courbe représentative (C) dans un plan P rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

b- Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C) et les droites d'équations respectives y =1, x=1, x=e.

3) Soit φ la fonction définie sur IR par : $\varphi(x) = \int_1^x tf(t)dt$.

a- Ecrire l'expression de $\varphi(x)$ en fonction de x ($x \in IR$).

b- Calculer **Lim** $\varphi(x)$.
$x \to +\infty$

c- Etudier les variations de la fonction φ et tracer sa courbe représentative (C') dans un autre repère orthonormé du plan P.

B- Soit n un entier naturel non nul et g_n la fonction définie sur IR par :